Zadania z matematyki dla studentów I – go roku studiów niestacjonarnych
na kierunku Zarządzanie

Zestaw 3

1. Rozwiązać za pomocą wzorów Cramera układy równań:

a) $\begin{cases} 2x - y + z = 2 \\ 3x + 2y + 2z = -2 \\ x - 2y + z = 1 \end{cases}$, b) $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 3 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = -2 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 3 \\ x_1 - x_2 - x_3 - x_4 = -1 \end{cases}$, c) $\begin{cases} x + y + z - 6t = -1 \\ 2x - y - 2z - t = 1 \\ -x + 2y + z - t = -8 \end{cases}$.

2. Zbadać ilość rozwiązań układu równań liniowych w zależności od parametru:

a) $\begin{cases} a^2x + y = a \\ x + y = 1 \end{cases}$, b) $\begin{cases} mx + y + z = 1 \\ x + my + z = m \\ x + y + mz = m^2 \end{cases}$, c) $\begin{cases} x + y - z = 2 \\ x + 2y + z = 4 \\ 2ax + 3y = a \end{cases}$.

3. Dla jakich wartości parametru a przeciwobraz punktu **b** = (4, 2, 1) w przekształceniu określonym macierzą $\begin{bmatrix} a & 2 & 3 \\ 1 & 3 & a \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ jest zbiorem pustym?

4. Rozwiąż układy równań:

a) $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 15 \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 10 \end{cases}$, b) $\begin{cases} x + y - 2z = 4 \\ 3x + 2y + 4z = 6 \\ 2x + y + 6z = 1 \end{cases}$, c) $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 3 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = -2 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 3 \\ x_1 - x_2 - x_3 - x_4 = -1 \end{cases}$.

5. Rozwiąż układy równań:

a) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 9 \\ 2x_2 + 11x_3 = 13 \end{cases}$, b) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 5 \\ 2x_1 - x_2 = 0 \\ x_1 + 3x_2 = 6 \end{cases}$, c) $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 4 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 8 \end{cases}$.

6. Znajdź przeciwobrazy podanych punktów w przekształceniach liniowych określonych macierzami:

a) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$, **y** = (4, 2), b) $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, **y** = (4, 2), c) $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & 2 \\ 1 & 4 & 1 & 4 \end{bmatrix}$, **y** = (4, 2).

7. Wyznaczyć jądra przekształceń liniowych zadanych macierzami:

a) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$, b) $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$, c) $\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$, d) $\mathbf{E} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$.

8. Wyznacz wszystkie rozwiązania bazowe układów równań:

a) $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 4 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 6 \end{cases}$, b) $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 4 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 8 \end{cases}$, c) $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ x_2 + 4x_3 = 5 \end{cases}$.